

ка в ноябре 2011 г. создан архитектурно-градостроительный Совет при Губернаторе Белгородской области.

Утверждена областная Программа "500 парков Белогорья" на 2008-2012 годы. За это время на Белгородчине реконструированы старые и созданы новые парки.

1. Реконструкция зданий и сооружений / А. Л. Шагин, Ю. В. Бондаренко и др.; Под ред. А.Л. Шагина. – М.: Высш. шк., 1991. – 352 с.

2. Кудрявцев А.П. Архитектура изменяющейся России: Состояние и перспективы. – М., 2011. – с.

3. <http://www.restoreforum.ru/biblioteka-restavratora/knigi-o-restavracii/stati-o-restavratsii/276-sohranenie-kulturnogo-nasledija>.

4. <http://www.ntrust.ru/public.cms>.

Получено 27.04.2012

УДК 519.626

М.Т.КУЗЛО, канд. техн. наук

Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

ОЦІНКА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ БАГАТОШАРОВОГО ГРУНТОВОГО МАСИВУ ПРИ ДІЇ ФІЛЬТРАЦІЙНОГО ПОТОКУ ВОДИ

Отримано розв'язки значень переміщень, деформацій і напружень в багат шаровому ґрунтовому масиві з урахуванням фільтрації води у вертикальному напрямку. Наведено на конкретному прикладі результати числових розрахунків.

Получены решения значений перемещений, деформаций и напряжений в многослойном грунтовом массиве с учетом фильтрации воды в вертикальном направлении. Приведены на конкретном примере результаты численных расчетов.

The solutions of meanings of relocations, deformations and pressures in the multilayer soil massif taking into consideration water filtration in the vertical direction are obtained. The results of numerical calculations are given on the specific example.

Ключові слова: переміщення, деформації, напружено-деформований стан.

Водогосподарська діяльність людини (влаштування водозабірних свердловин, водосховищ, меліоративних систем тощо) приводить до фільтрації води в інженерно-геологічних елементах ґрунтового масиву. Рух фільтраційного потоку веде до зміни напружено-деформованого стану (НДС) ґрунтового масиву. У зв'язку з цим виникла необхідність з визначення переміщень, деформацій і напружень в багат шарових водопроникливих ґрунтових масивах

Метою роботи є оцінка НДС багат шарового водопроникливого ґрунтового масиву при дії фільтраційного потоку у вертикальному напрямку.

Для оцінки НДС розглянемо ґрунтовий масив, що складається з n водопроникливих горизонтальних інженерно-геологічних елементів (рис.1), в одному з яких на глибині l_k присутні ґрунтові води.

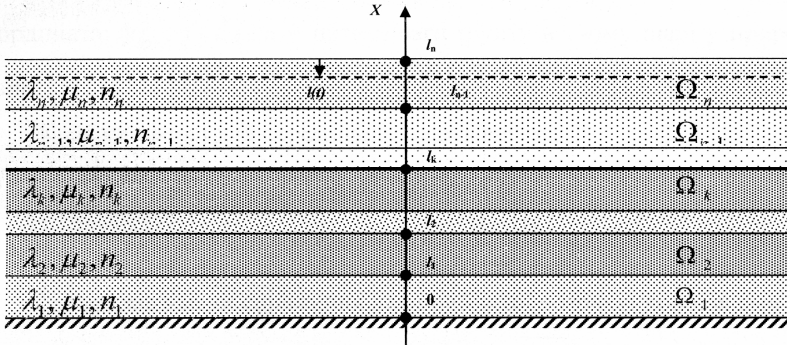


Рис.1 – Схема з оцінки НДС багатосарового ґрунтового масиву при наявності фільтраційного потоку

Необхідно розрахувати НДС при наявності фільтрації води у вертикальному напрямку. При цьому допускається, що шари ґрунту однорідні, ізотропні та з різними пружними сталими λ, μ .

Нехай на нижній межі ґрунту ($x = 0$) задано п'єзометричний напір H_1 , а на глибині l_k відповідно H_2 ($H_2 > H_1$). В результаті різниці напорів відбувається фільтрація води в ґрунтовому масиві. При цьому процес фільтрації води відбувається згідно закону А. Дарсі.

Дослідження впливу дії фільтраційного потоку на НДС ґрунтового масиву виконаємо в рамках одновимірної математичної моделі, що записується у вигляді [1]:

$$(\lambda_i + 2\mu_i) \frac{d^2 u_i}{dx^2} = X_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad x \in \bigcup_{i=1}^n (l_{i-1}, l_i), \quad l_0 = 0, \quad (1)$$

де u_i , $i = \overline{1, n}$ – переміщення вздовж осі ОХ в ґрунтах, що знаходяться відповідно в зваженому та в природному станах; λ_i, μ_i , $i = \overline{1, n}$ – коефіцієнти Ламе (пружні сталі); X_i – об'ємна сила, що визначається за формулою

$$X_i = \begin{cases} \gamma_{sv.i} + \frac{dp_i}{dx}, & i = \overline{1, k}, \\ \gamma_{np.i}, & i = \overline{k+1, n}, \end{cases} \quad (2)$$

де $\gamma_{\text{св},i}$, $i = \overline{1,k}$ – питома вага ґрунту в i -му шарі у зваженому стані; p_i , $i = \overline{1,k}$ – фільтраційний тиск, що визначається за формулою

$$p_i = \gamma_{\text{в}}(h_i - x), \quad i = \overline{1,k}, \quad (3)$$

де h_i , $i = \overline{1,k}$ – п'єзометричні напори у відповідних шарах; X – вертикальна координата; $\gamma_{\text{нр},i}$, $i = \overline{k+1,n}$ – питомі ваги ґрунту в i -му шарі у природному стані.

Крайові умови для переміщень мають вигляд:

$$u_1(0) = 0, \quad (4)$$

$$u_n(l) = 0, \text{ або } \frac{du_n(l)}{dx} = 0. \quad (5)$$

Запишемо умови спряження для прийнятої розрахункової схеми

$$u_i(l_i) = u_{i+1}(l_i), \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (6)$$

$$(\lambda_i + 2\mu_i) \frac{du_i(l_i)}{dx} = (\lambda_{i+1} + 2\mu_{i+1}) \frac{du_{i+1}(l_i)}{dx}, \quad i = \overline{1, n-1}. \quad (7)$$

Фільтрація води в ґрунтовому масиві відповідно до закону А. Дарсі записується у вигляді:

$$V_i = -k(x) \frac{dh_i}{dx}, \quad \frac{dV_i}{dx} = 0, \quad i = \overline{1,k} \quad (8)$$

$$h_1(0) = H_1, \quad (9)$$

$$h_i(l_i) = h_{i+1}(l_i), \quad i = \overline{1, k-1}, \quad (10)$$

$$k(l_i) \frac{dh_i(l_i)}{dx} = k(l_i) \frac{dh_{i+1}(l_i)}{dx}, \quad i = \overline{1, k-1}, \quad (11)$$

$$h_k(l_k) = H_2, \quad (12)$$

де V_i , $i = \overline{1, k-1}$ – швидкість фільтрації води; $k(x)$ – коефіцієнт фільтрації.

Нехай маємо масив ґрунту, що складається з двох шарів при наявності рівня ґрунтових вод на глибині l_2 .

Знайдемо розв'язок задачі фільтрації води (8)-(12) при $n=3$. Використовуючи формули (8), маємо

$$\frac{d\left(k(x) \frac{dh_i}{dx}\right)}{dx} = 0, \quad i = 1, 2. \quad \text{Звідси}$$

$$\frac{dh_i}{dx} = \frac{A_i}{k(x)}, \quad i=1,2;$$

$$h_i(x) = A_i \int_{l_{i-1}}^{l_i} \frac{ds}{k(s)} + B_i, \quad i=1,2. \quad (13)$$

Невідомі коефіцієнти в (13) знаходимо, використовуючи крайові умови (9), (12) та умови спряження (10), (11). З формули (9) маємо

$$B_1 = H_1. \quad (14)$$

З формули (12) випливає, що $A_2 \int_{l_1}^{l_2} \frac{ds}{k(s)} + B_2 = H_2$. Звідси

$$B_2 = H_2 - A_2 \int_{l_1}^{l_2} \frac{ds}{k(s)}.$$

З умов спряження маємо, що $k(l_1) \frac{A_1}{k(l_1)} = k(l_1) \frac{A_2}{k(l_1)}$,

тоді $A_1 = A_2 = A$. Якщо $A_1 \int_0^{l_1} \frac{ds}{k(s)} + B_1 = A_2 \int_{l_1}^{l_1} \frac{ds}{k(s)} + B_2$, то

$$A \int_0^{l_1} \frac{ds}{k(s)} + H_1 = H_2 - A \int_{l_1}^{l_2} \frac{ds}{k(s)}.$$

Отже,

$$A = \frac{H_2 - H_1}{\int_0^{l_2} \frac{ds}{k(s)}}; \quad (15)$$

$$B_2 = H_2 - \frac{H_2 - H_1}{\int_0^{l_2} \frac{ds}{k(s)}} \int_{l_1}^{l_2} \frac{ds}{k(s)}. \quad (16)$$

Враховуючи (15), отримаємо

$$\frac{dh_i}{dx} = \frac{1}{k(x)} \cdot \frac{H_2 - H_1}{\int_0^{l_2} \frac{ds}{k(s)}}, \quad i=1,2. \quad (17)$$

Знайдемо $\frac{dp_i}{dx}$, використовуючи формулу (3),

$$\frac{dp_i}{dx} = \gamma_{p.} \left(\frac{dh_i}{dx} - 1 \right), \quad i=1,2, \quad x \in \bigcup_{i=1}^2 (l_{i-1}, l_i), \quad l_0 = 0. \quad (18)$$

Отже, підставляючи (17) в (18), маємо

$$\frac{dp_i}{dx} = \gamma_{p.} \left(\frac{1}{k(x)} \cdot \frac{H_2 - H_1}{\int_0^{l_2} \frac{ds}{k(s)}} - 1 \right), \quad i=1,2.$$

Таким чином

$$X_i = \gamma_{зв.i} + \gamma_{p.} \left(\frac{1}{k(x)} \cdot \frac{H_2 - H_1}{\int_0^{l_2} \frac{ds}{k(s)}} - 1 \right), \quad i=1,2. \quad (19)$$

Перейдемо в (1)-(12) до безрозмірних величин згідно з формулами:

$$\bar{x} = \frac{x}{l_0}, \quad \bar{l} = \frac{l}{l_0}, \quad \bar{u}_i = \frac{u_i}{l_0}, \quad \bar{a}_i = a_i \cdot l_0, \quad i = \bar{1}, \bar{3}, \quad \bar{a}'_i = a'_i \cdot l_0, \quad \bar{l}_i = \frac{l_i}{l_0}, \quad \bar{h}_i = \frac{h_i}{l_0}, \quad \bar{p}_i = \frac{p_i}{l_0}, \quad i=1,2,$$

де $\bar{l} < 1$ для будь-якого $t > 0$.

Враховуємо, що $l(t) \leq l_0$, $l(t) - l_0 = u_3(l(t))$, $l(0) = l_0$.

Тоді у безрозмірних змінних математична модель НДС ґрунту запишеться у вигляді (рисочки над безрозмірними змінними опустимо) [2]:

$$\frac{d^2 u_i}{dx^2} = a_i + a'_i \cdot \frac{1}{k(x)}, \quad i=1,2, \quad x \in \bigcup_{i=1}^2 (l_{i-1}, l_i), \quad l_0 = 0; \quad (20)$$

$$\frac{d^2 u_3}{dx^2} = a_3, \quad x \in (l_2, l), \quad (21)$$

$$\text{де } a_i = \frac{\gamma_{зв.i} - \gamma_{p.}}{\lambda_i + 2\mu_i}; \quad a'_i = \frac{\gamma_{p.} (H_2 - H_1)}{(\lambda_i + 2\mu_i) \int_0^{l_2} \frac{ds}{k(s)}}, \quad i=1,2; \quad a_3 = \frac{\gamma_{нр.}}{\lambda_3 + 2\mu_3}.$$

Розглядуємо випадок, коли крайові умови для переміщень мають вигляд

$$u_1(0) = 0, \quad \frac{du_3(l)}{dx} = 0. \quad (22)$$

Це означає наявність переміщення верхньої межі ґрунту.

Умови спряження запишуться так:

$$u_i(l_i) = u_{i+1}(l_i), \quad i = 1, 2; \quad (23)$$

$$(\lambda_i + 2\mu_i) \frac{du_i(l_i)}{dx} = (\lambda_{i+1} + 2\mu_{i+1}) \frac{du_{i+1}(l_i)}{dx}, \quad i = 1, 2. \quad (24)$$

Загальний розв'язок (20), (21) прийме вигляд:

$$u_i(x) = \frac{a_i x^2}{2} + a'_1 \int_{l_{i-1}}^x \left(\int_{l_{i-1}}^z \frac{ds}{k(s)} \right) dz + c_{2i-1}x + c_{2i}, \quad i = 1, 2; \quad (25)$$

$$u_3(x) = \frac{a_3 x^2}{2} + c_5 x + c_6, \quad (26)$$

де

$$c_2 = 0; \quad (27)$$

$$c_5 = -a_3 l; \quad (28)$$

$$c_1 = \frac{\lambda_2 + 2\mu_2}{\lambda_1 + 2\mu_1} (a_2 l_1 + c_3) - a_1 l_1 - a'_1 \int_0^{l_1} \frac{dz}{k(z)}; \quad (29)$$

$$c_3 = \frac{\lambda_3 + 2\mu_3}{\lambda_2 + 2\mu_2} (a_3 l_2 + c_5) - a_2 l_2 - a'_2 \int_{l_1}^{l_2} \frac{dz}{k(z)}; \quad (30)$$

$$c_4 = \frac{a_1 - a_2}{2} l_1^2 + a'_1 \int_0^{l_1} \left(\int_0^z \frac{ds}{k(s)} \right) dz + l_1 (c_1 - c_3); \quad (31)$$

$$c_6 = \frac{a_2 - a_3}{2} l_2^2 + a'_2 \int_{l_1}^{l_2} \left(\int_{l_1}^z \frac{ds}{k(s)} \right) dz + l_2 (c_3 - c_5) + c_4. \quad (32)$$

Таким чином, задача НДС в шарі ґрунту при наявності переміщення верхньої межі та фільтрації з вільної поверхні розв'язана повністю і дається формулами (26)-(32).

Значення деформацій та напружень обчислюється за формулами:

$$\varepsilon_i(x) = a_i x + a'_i \int_{l_{i-1}}^x \frac{dz}{k(z)} + c_{2i-1}, \quad i=1,2, \quad x \in \bigcup_{i=1}^2 (l_{i-1}, l_i), \quad l_0 = 0; \quad (33)$$

$$\varepsilon_3(x) = a_3 x + c_5, \quad x \in (l_2, 1). \quad (34)$$

$$\sigma_i(x) = (\lambda_i + 2\mu_i) \left(a_i x + a'_i \int_{l_{i-1}}^x \frac{dz}{k(z)} + c_{2i-1} \right), \quad i=1,2, \quad x \in \bigcup_{i=1}^2 (l_{i-1}, l_i), \quad l_0 = 0; \quad (35)$$

$$\sigma_3(x) = (\lambda_3 + 2\mu_3)(a_3 x + c_5), \quad x \in (l_2, 1). \quad (36)$$

Зазначимо, що у зв'язку з тим, що відбувається переміщення верхньої межі ґрунту $\left(\frac{du_3(l)}{dx} = 0 \right)$, то відповідно спостерігається її осідання, яке визначається за формулою

$$l(t) - l_0 = u_3(l(t)). \quad (37)$$

Використовуючи формулу (26), маємо

$$u_3(l(t)) = \frac{a_3 l^2(t)}{2} + c_5 l(t) + c_6, \quad (38)$$

де коефіцієнти c_5 і c_6 визначаються за формулами (28) і (32).

Підставивши значення (28) і (32) у формулу (36), а (36) – у (35), після певних перетворень отримаємо

$$\begin{aligned} & \frac{a_3 l^2(t)}{2} + l(t) \left(\frac{\lambda_3 + 2\mu_3}{\lambda_1 + 2\mu_1} a_3 l_1 + \frac{\lambda_3 + 2\mu_3}{\lambda_2 + 2\mu_2} (a_3 l_2 - a_3 l_1) - a_3 l_2 + 1 \right) + \\ & + \frac{a_1 + a_2}{2} l_1^2 + \frac{a_2 + a_3}{2} l_2^2 - a_2 l_1 l_2 - \frac{\lambda_2 + 2\mu_2}{\lambda_1 + 2\mu_1} \left(a_2 l_1^2 - a_2 l_1 l_2 - a'_2 \int_{l_1}^{l_2} \frac{dz}{k(z)} \right) - \\ & \frac{\lambda_3 + 2\mu_3}{\lambda_1 + 2\mu_1} a_3 l_1 l_2 - \frac{\lambda_3 + 2\mu_3}{\lambda_2 + 2\mu_2} (a_3 l_2^2 - a_3 l_1 l_2) + a'_1 l_1 \int_0^{l_1} \frac{dz}{k(z)} + \\ & + a'_2 (l_2 - l_1) \int_{l_1}^{l_2} \frac{dz}{k(z)} - a'_1 \int_0^{l_1} \left(\int_0^z \frac{ds}{k(s)} \right) dz - a'_2 \int_{l_1}^{l_2} \left(\int_0^z \frac{ds}{k(s)} \right) dz - l_0 = 0. \end{aligned} \quad (39)$$

Введемо позначення:

$$b_1 = \frac{\lambda_3 + 2\mu_3}{\lambda_1 + 2\mu_1} a_3 l_1 + \frac{\lambda_3 + 2\mu_3}{\lambda_2 + 2\mu_2} (a_3 l_2 - a_3 l_1) - a_3 l_2 + 1; \quad (40)$$

$$\begin{aligned}
 b_2 = & \frac{a_1 + a_2}{2} l_1^2 + \frac{a_2 + a_3}{2} l_2^2 - a_2 l_1 l_2 - \frac{\lambda_3 + 2\mu_3}{\lambda_1 + 2\mu_1} a_3 l_1 l_2 - \\
 & - \frac{\lambda_2 + 2\mu_2}{\lambda_1 + 2\mu_1} \left(a_2 l_1^2 - a_2 l_1 l_2 - a'_2 \int_{l_1}^{l_2} \frac{dz}{k(z)} \right) - \frac{\lambda_3 + 2\mu_3}{\lambda_2 + 2\mu_2} (a_3 l_2^2 - a_3 l_1 l_2) + \\
 & + a'_1 l_1 \int_0^{l_1} \frac{dz}{k(z)} + a'_2 (l_2 - l_1) \int_{l_1}^{l_2} \frac{dz}{k(z)} - a'_1 \int_0^{l_1} \left(\int_0^z \frac{ds}{k(s)} \right) dz - a'_2 \int_{l_1}^{l_2} \left(\int_0^z \frac{ds}{k(s)} \right) dz - l_0.
 \end{aligned} \quad (41)$$

Враховуючи (40) і (41) та після певних перетворень рівняння (39) запишеться у вигляді:

$$\frac{a_3}{2} l^2(t) + b_1 \cdot l(t) + b_2 = 0. \quad (42)$$

Розв'язуючи квадратне рівняння (42) відносно змінної $l(t)$, отримаємо

$$l(t) = \frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 2a_3 b_2}}{a_3}, \quad (43)$$

де b_1 і b_2 визначаються за формулами (40), (41).

Нижче наведено результати числових розрахунків задачі НДС двошарового ґрунтового масиву при наявності фільтрації води у вертикальному напрямку при наступних вхідних даних:

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= 7500 \text{ кг/м}^2; \quad \lambda_2 = 13500 \text{ кг/м}^2; \quad \lambda_3 = 17000 \text{ кг/м}^2; \quad \mu_1 = 5000 \text{ кг/м}^2; \\
 \mu_2 &= 9000 \text{ кг/м}^2; \quad \mu_3 = 11500 \text{ кг/м}^2; \quad \gamma_{сб.1} = 11,5 \text{ кН/м}^3; \quad \gamma_{сб.2} = 10,5 \text{ кН/м}^3; \\
 \gamma_{нр.} &= 17,0 \text{ кН/м}^3; \quad l_1 = 0,3 \text{ м}; \quad l_2 = 0,7 \text{ м}; \quad l_0 = 1 \text{ м}; \quad H_1 = 0,05 \text{ м}; \\
 H_2 &= 0,65.
 \end{aligned}$$

За формулою (43) знаходимо значення $l \approx 0,099$ м.

Результати розрахунків наведено далі в таблиці.

Графіки розподілу переміщень, деформацій та напружень за глибиною ґрунту наведено відповідно на рис.2-4.

Суцільна лінія – графік НДС ґрунту при наявності фільтрації води у вертикальному напрямку, пунктирна – графік НДС ґрунту без фільтрації води.

Отримані розв'язки дають можливість визначити напружено-деформований стан у багатошарових водопроникливих ґрунтових масивах при фільтрації води у вертикальному напрямку. Достовірність

отриманих результатів підтверджено на конкретному прикладі. Подальшими дослідженнями можуть бути отримання відповідних розв'язків при фільтрації сольових розчинів.

Значення переміщень, деформацій та напружень

	x	$u(x), \times 10^{-5}$	$\varepsilon(x), \times 10^{-4}$	$\sigma(x)$
Ґрунт у природному стані	1	0	1,88244	7,52975
	0,9	-1,66994	1,45744	5,82975
	0,8	-2,91487	1,03244	4,12975
	0,7	-3,73481	0,60743	2,42975
Ґрунт у зваженому стані	0,7	-3,73481	0,77135	2,42975
	0,6	-4,36217	0,48336	1,52261
	0,5	-4,70154	0,19538	0,61546
	0,4	-4,75294	-0,09259	-0,29168
	0,3	-4,51635	-0,38058	-1,19882
Ґрунт у зваженому стані	0,3	-4,51635	-0,68504	-1,19882
	0,2	-3,55784	-1,23198	-2,15597
	0,1	-2,05239	-1,77892	-3,11311
	0	0	-2,32586	-4,07025

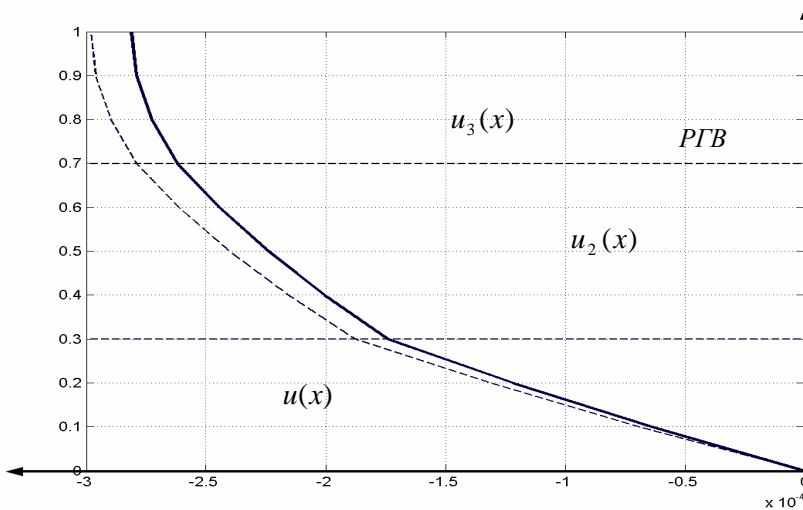


Рис. 2 – Графік розподілу переміщень

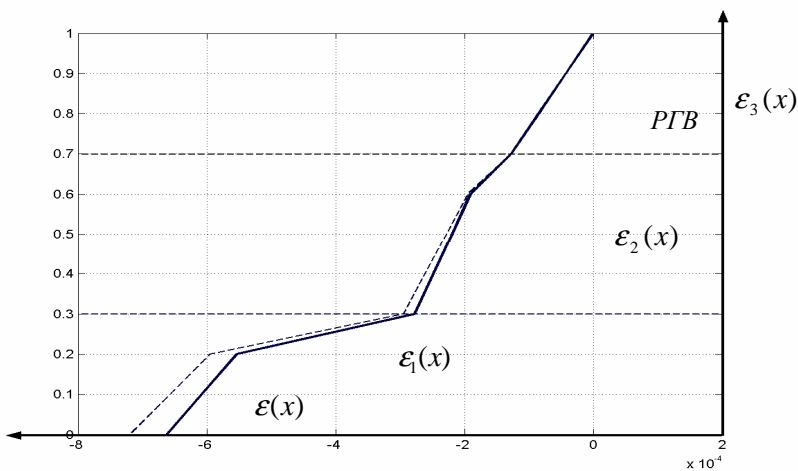


Рис. 3 – Графік розподілу деформацій

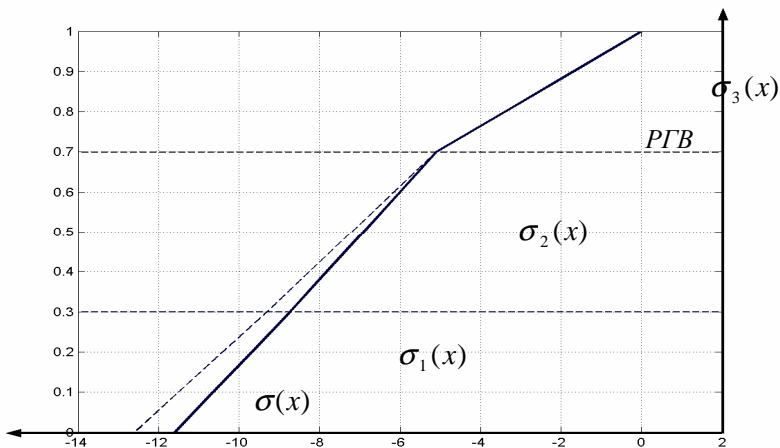


Рис. 4 – Графік розподілу напружень

1. Кузло М.Т., Філатова І.А. Моделювання напружено-деформованого стану водопроникливого ґрунтового масиву при фільтрації води у вертикальному напрямку // Вісник НУВГП. Вип.1 (53). – Рівне, 2011. – С.111-118.

2. Кузло М.Т. Математичне моделювання напружено-деформованого стану водонасичених ґрунтових масивів // Комунальное хозяйство городов: Науч.-техн. сб. Вип.76. – К.: Техніка, 2007. – С.79-85.

Отримано 24.04.2012